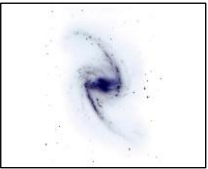
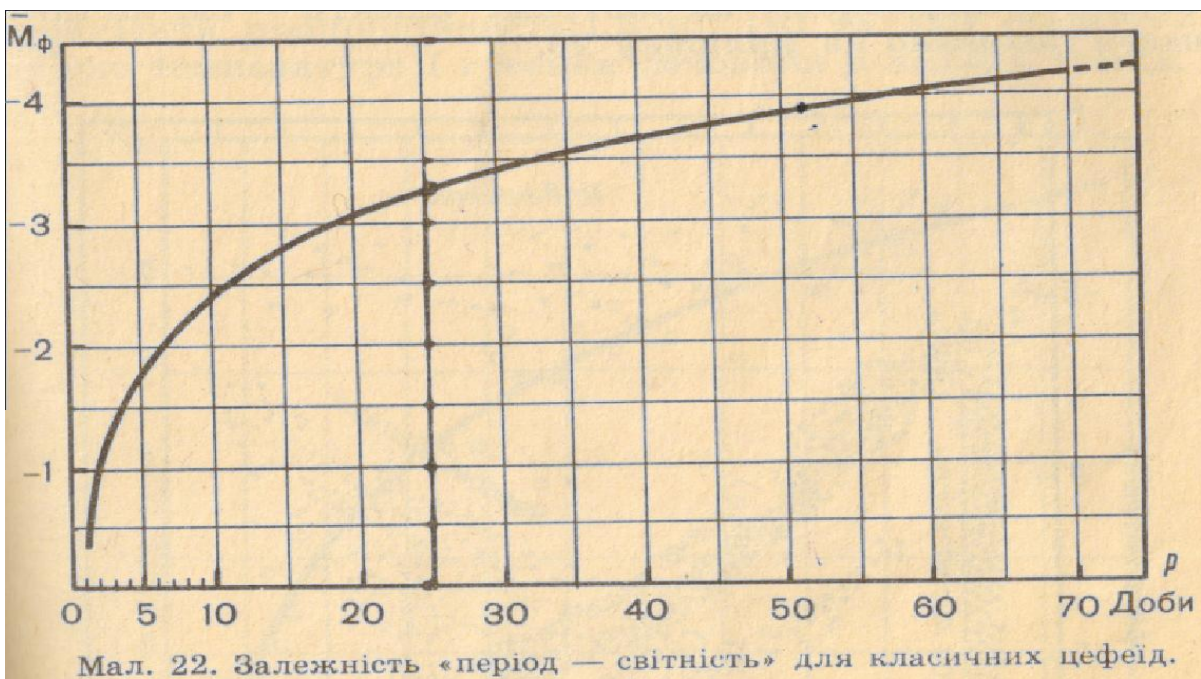


<p>III етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії</p> <p>м. Львів, 8 лютого 2014 р.</p>		<p>Теоретичний тур</p> <p>11 клас</p> <p>Задачі 1-3</p>
--	---	--

1. Період зміни блиску цефеїди в деякій галактиці становить 58 діб. Середня зоряна величина цієї цефеїди рівна $m=21^m$. При дослідженні спектру цієї галактики було виявлено, що спектральна спостережувана лінія $\lambda=4500\text{\AA}$ зміщена у червону сторону спектра на $\Delta\lambda=1,11\text{\AA}$. Визначте значення сталої Габбла.



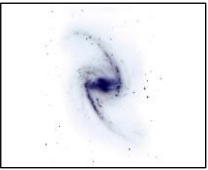
(15 балів)

2. Навколо зорі по еліптичних орбітах обертаються дві планети з періодами обертань $T_1=200$ діб та $T_2=800$ діб відповідно. Великі півосі їх орбіт становлять $a_1 = 1.25$ а.о. та $a_2 = 3.15$ а.о. Маса першої з планет становить $m_1=2 \cdot 10^{27}$ кг. Знайти масу другої планети та зорі.

(15 балів)

3. У майбутньому буде запущено космічний зонд «Вітрило», який рухатиметься до периферії Сонячної системи під дією світлового тиску сонячних променів. Зонд має форму сфери з радіусом 100м. Визначити, до якої максимальної віддалі його можна буде спостерігати неозброєним оком. До якої віддалі його можна буде бачити в телескоп, який дозволяє спостерігати зорі до 28 зоряної величини? Альbedo поверхні зонда дорівнює 0,9. Вважати, що світло від поверхні зонда відбивається дифузно.

(20 балів)

<p>III етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії</p> <p>м. Львів, 8 лютого 2014 р.</p>		<p>Теоретичний тур</p> <p>9-10 клас</p> <p>Задачі 1-3</p>
--	---	--

1. Знайти умови видимості зорі Денеб ($\delta = 45^{\circ}06'$) у Львові ($\varphi = 49^{\circ}50'$).

(10 балів)

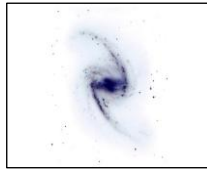
2. Подвійна система складається із двох зір радіусами $R_1 = 5R_{\odot}$ і $R_2 = 3R_{\odot}$ та ефективними температурами фотосфер $T_1 = 20\,000\text{ К}$ і $T_2 = 5\,000\text{ К}$. Оцінити максимально можливу зміну зоряної величини системи.

(20 балів)

3. Планета обертається навколо зорі по коловій орбіті. У майбутньому до цієї планети запустили космічний корабель. Початкова максимальна кутова відстань між зорею і планетою, видима з Землі, становила π_1 , а період її обертання навколо зорі рівний T . На кораблі, який пролетів відстань Δd у напрямку до зорі з планетою спостережується максимальна кутова відстань між зорею і планетою стала рівною π_2 . Знайти масу зорі.

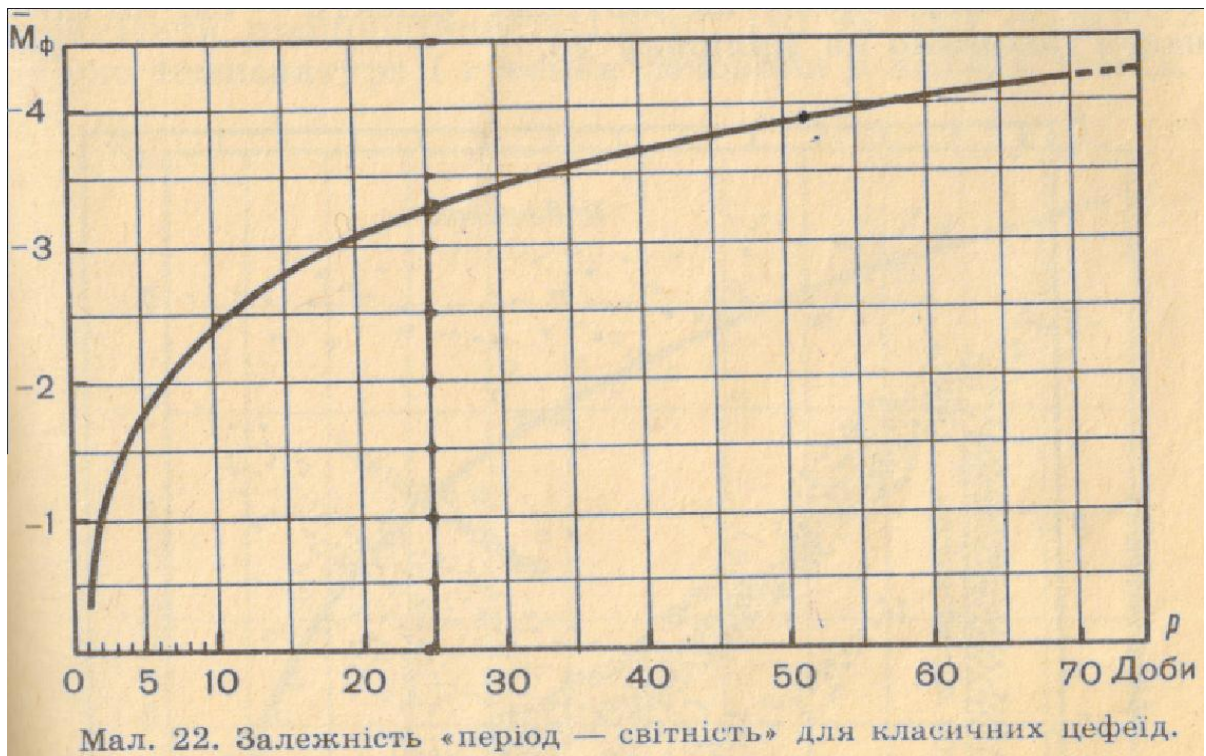
(20 балів)

III етап Всеукраїнської
учнівської олімпіади
з астрономії
м. Львів, 8 лютого 2014 р.



Теоретичний тур
11 клас
Задача 1

1. Період зміни блиску цефеїди в деякій галактиці становить 58 діб. Середня зоряна величина цієї цефеїди рівна $m=21^m$. При дослідженні спектру цієї галактики було виявлено, що спектральна спостережувана лінія $\lambda=4500\text{\AA}$ зміщена у червону сторону спектра на $\Delta\lambda=1,11\text{\AA}$. Визначте значення сталої Габбла.



(15 балів)

Розв'язування

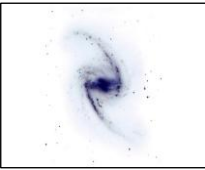
Зв'язок між абсолютною (M), видимою (m) зоряними величинами та відстанню (d [пк]): $M = m + 5 - 5 \lg d$.

$$5 \lg d = 5 + m - M, \quad \rightarrow d = 10^{5 + m - M / 5} = 10^6 \text{ [пк]}; \quad (7 \text{ балів})$$

$$D = \frac{d[\text{пк}]}{10^6} = 1 \text{ Мпк}.$$

$$\text{З ефекту Доплера: } \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{V}{c} \rightarrow V = \frac{\Delta\lambda c}{\lambda} = 74 \frac{\text{км}}{\text{с}}; \quad (4 \text{ бали})$$

$$\text{Тоді із закону Хаббла} \quad \rightarrow \quad H = \frac{V}{D} = 74 \frac{\text{км}}{\text{с Мпк}}. \quad (4 \text{ бали})$$

<p>III етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії</p> <p>м. Львів, 8 лютого 2014 р.</p>		<p>Теоретичний тур</p> <p>11 клас</p> <p>Задача 2</p>
--	---	--

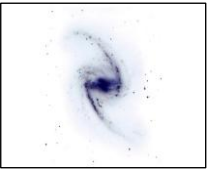
2. Навколо зорі по еліптичних орбітах обертаються дві планети з періодами обертань $T_1=200$ діб та $T_2=800$ діб відповідно. Великі півосі їх орбіт становлять $a_1 = 1.25$ а.о. та $a_2 = 3.15$ а.о. Маса першої з планет становить $m_1=2 \cdot 10^{27}$ кг. Знайти масу другої планети та зорі.

Розв'язування

$$\frac{T_1^2}{a_1^3} = \frac{4\pi^2}{G(M_s + m_1)} \quad 5 \text{ балів} \rightarrow M_s = \frac{4\pi^2 a_1^3}{GT_1^2} - m_1 = 1,306 \cdot 10^{31} \text{ кг (5 балів)}$$

$$\frac{T_2^2}{a_2^3} = \frac{4\pi^2}{G(M_s + m_2)} \rightarrow m_2 = \frac{4\pi^2 a_2^3}{GT_2^2} - M_s = 8.685 \cdot 10^{27} \text{ кг (5 балів)}$$

(15 балів)

<p>III етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії</p> <p>м. Львів, 8 лютого 2014 р.</p>		<p>Теоретичний тур</p> <p>11 клас</p> <p>Задача 3</p>
--	---	--

3. У майбутньому буде запущено космічний зонд “Вітрило”, який рухатиметься до периферії Сонячної системи під дією світлового тиску сонячних променів. Зонд має форму сфери з радіусом 100м. Визначити, до якої максимальної віддалі його можна буде спостерігати неозброєним оком. До якої віддалі його можна буде бачити в телескоп, який дозволяє спостерігати зорі до 28 зоряної величини? Альbedo поверхні зонда дорівнює 0,9. Вважати, що світло від поверхні зонда відбивається дифузно. **(20 балів)**

Розв'язування

Світність “Вітрила” : $L_n = \pi r^2 I_s \alpha$; $I_s = \frac{L_{\odot}}{4 \pi x^2}$. (5 балів),
де x - відстань від Сонця до вітрила, R – відстань від Землі до вітрила,
 $x=a +R$.

Потік від “Вітрила” : $I_n = \frac{L_n}{2 \pi R^2}$. (2 бали)

Видима зоряна величина “Вітрила” :

$$m_3 = -2,5 \lg \frac{I_n}{I_0} = -2,5 \lg \left(\frac{\pi r^2 I_s \alpha}{2 \pi R^2} * \frac{1}{I_0} \right) \quad (3 \text{ бали})$$

Видима зоряна величина Сонця на Землі:

$$m_{\odot} = -2,5 \lg \frac{I_s \left(1 + \frac{R}{a} \right)^2}{I_0} = -26,74$$

$$m_3 = m_{\odot} - 2,5 \lg \left(\frac{\alpha}{2} \left(\frac{r}{R(1+R/a)} \right)^2 \right) \quad (2 \text{ бали})$$

a -середня відстань від Землі до Сонця $a=1 \text{ а.о.}$.

$$1. \quad 6 = m_{\odot} - 2,5 \lg 0,45 + 5 \lg \frac{R_1(1+R_1/a)}{r} \quad (m_3 = 6)$$

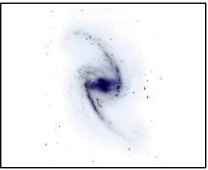
$$R_1 = 234,4 \text{ тис. км.}$$

(4 бали)

$$2. \quad 28 = m_{\odot} - 2,5 \lg 0,45 + 5 \lg \frac{R_2(1+R_2/a)}{r}, \quad (m_3 = 28)$$

$$\frac{R_2}{a} + \frac{R_2^2}{a^2} = \frac{r}{a} 10^C, \quad \text{де } C = \frac{1}{5} (28 + 26,74 + 2,5 \lg 0,45) .$$

$$R_2 = 5.59 \text{ а.о.} \quad (4 \text{ бали})$$

<p>III етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії</p> <p>м. Львів, 8 лютого 2014 р.</p>		<p>Теоретичний тур</p> <p>9-10 клас</p> <p>Задача 1</p>
--	---	--

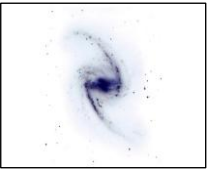
1. Знайти умови видимості зорі Денеб ($\delta = 45^{\circ}06'$) у Львові ($\varphi = 49^{\circ}50'$).
(10 балів)

Розв'язування

З умови видимості зір, що не заходять

$$\delta \geq 90^{\circ} - \varphi \quad 5 \text{ балів} = 90^{\circ} - 49^{\circ}50' \geq 40^{\circ}10' \quad (2 \text{ бали})$$

$$\delta = 45^{\circ}06' > 40^{\circ}10' \rightarrow \text{зорі у Львові не заходять. (3 бали)}$$

<p>III етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії</p> <p>м. Львів, 8 лютого 2014 р.</p>		<p>Теоретичний тур</p> <p>9-10 клас</p> <p>Задача 2</p>
--	---	--

2. Подвійна система складається із двох зір радіусами $R_1=5R_\odot$ і $R_2=3R_\odot$ та ефективними температурами фотосфер $T_1=20\ 000\text{ К}$ і $T_2=5\ 000\text{ К}$. Оцінити максимально можливу зміну зоряної величини системи.
(20 балів)

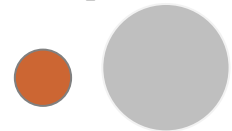
Розв'язування

Максимальна зміна блиску подвійної зорі можлива у випадку, коли промінь зору спостерігача буде лежати в її орбітальній площині. (2 бали)

Потік від системи у максимумі блиску рівний сумі потоків обох зір.

$$F_{\max}=F_1+F_2, \text{ (2 бали)}$$

$F=(\sigma T^4 4\pi R^2)/(4\pi r^2)$ — потік від зорі, T — ефективна температура фотосфери, R — радіус зорі, r — відстань від зорі до спостерігача.



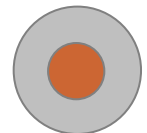
Потік від системи у мінімумі блиску рівний:

$$F_{\min}=F_1-\Delta F_1+F_2=\beta F_1+F_2,$$

тут ΔF_1 — визначає зменшення потоку випромінювання першої (яскравішої та більшої) зорі за рахунок покриття її другою (слабшою та меншою), β задає долю потоку першої зорі, що доходить до спостерігача при цьому. Очевидно, що коефіцієнт β пропорційний до площі диску першої зорі, що не покрита другою. Крім того цей коефіцієнт має бути рівний одиниці, коли покриття відсутнє, тобто:

$$\beta=(S_1-S_2)/S_1$$

(при цьому нехтуємо відстанню між компонентами подвійної системи в порівнянні з відстанню до спостерігача). (8 балів)



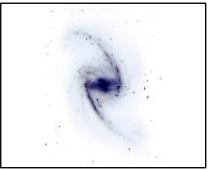
Отже

$$F_{\min}/F_{\max} = (\beta F_1 + F_2)/(F_1 + F_2) \approx \beta, \text{ (4 бали)}$$

оскільки $F_2/F_1 \ll 1$ для даної подвійної системи.

$$F_{\min}/F_{\max} \approx \beta = 1 - (R_2/R_1)^2 = 0.64. \text{ (4 бали)}$$

$$\text{Тоді } \Delta m = -2.5 \lg(F_{\min}/F_{\max}) \approx 0.48.$$

<p align="center">III етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії</p> <p>м. Львів, 8 лютого 2014 р.</p>		<p align="center">Теоретичний тур</p> <p align="center">9-10 клас</p> <p align="center">Задача 3</p>
---	---	---

3. Планета обертається навколо зорі по коловій орбіті. У майбутньому до цієї планети запустили космічний корабель. Початкова максимальна кутова відстань між зорею і планетою, видима з Землі, становила π_1 , а період її обертання навколо зорі рівний T . На кораблі, який пролетів відстань Δd у напрямку до зорі з планетою спостережувана максимальна кутова відстань між зорею і планетою стала рівною π_2 . Знайти масу зорі.
(20 балів)

Розв'язування

Нехай R - радіус орбіти, d_1 - відстань між Землею і зорею, d_2 - відстань між кораблем і зорею на момент замірювання π_2 , M_s - маса зорі, m - маса планети. Тоді

$$\pi_1 = \frac{R}{d_1}; \quad \pi_2 = \frac{R}{d_2}; \quad \Delta d = d_1 - d_2. \quad (3 \text{ бали})$$

$$\text{Звідси:} \quad d_1 = \frac{\pi_2 \Delta d}{\pi_2 - \pi_1}; \quad R = \pi_1 d_1 = \frac{\pi_1 \pi_2 \Delta d}{\pi_2 - \pi_1}; \quad (3+2 \text{ бали})$$

$$V = \frac{2\pi R}{T}; \quad (2 \text{ бали})$$

$$m \frac{V^2}{R} = G \frac{m M_s}{R^2} \rightarrow M_s = \frac{v^2 R}{G} \quad (3+2 \text{ бали})$$

$$M_s = \frac{4\pi^2}{GT^2} * \left(\frac{\pi_1 \pi_2 \Delta d}{\pi_2 - \pi_1} \right)^3 \quad (5 \text{ балів})$$