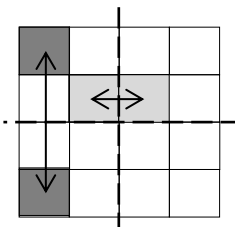


## 8 клас (др)

*«Я ніколи не дозволяв школі втручатися в мою освіту».*  
*Марк Твен*

**8–1.** Знайдіть кількість натуральних чисел, для яких добуток цифр та сума цифр однакові і дорівнюють 8.



**8–2.** Запишіть натуральні числа від 1 до 16 в клітинки квадрату  $4 \times 4$  так, щоб в кожную клітинку було записане рівно одне число, кожне число було записане рівно один раз та щоб справджувалася умова: числа, які розташовані в клітинках, що симетричні відносно якогось із серединних перпендикулярів до сторін початкового квадрату  $4 \times 4$ , дають в сумі просте число. На рисунку показані приклади таких пар клітин, суми чисел в яких мають бути простим числом.

**8–3.** Коло  $\gamma$ , що проходить через вершину  $A$  трикутника  $ABC$ , перетинає його сторони  $AB$  та  $AC$  вдруге в точках  $X$  та  $Y$  відповідно. Також коло  $\gamma$  перетинає сторону  $BC$  у точках  $D$  та  $E$  так, що  $AD = AE$ . Доведіть, що точки  $B, X, Y, C$  лежать на одному колі.

**8–4.** Знайдіть усі пари дійсних чисел  $x, y$ , що задовольняють рівності:

$$(x^2 + 1)(y^2 + 1) + 4(x - 1)(y - 1) = 0.$$

**8–5.** Натуральні числа  $a, b, c$  задовольняють рівності:  $10a^2 - 3ab + 7c^2 = 0$ . Яке найменше значення може приймати вираз  $(a, b) \cdot (b, c) \cdot (c, a)$ ?

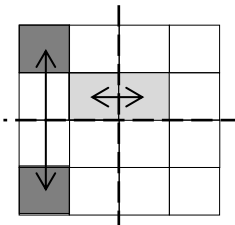
Тут через  $(x, y)$  позначений найбільший спільний дільник натуральних чисел  $x$  та  $y$ .

Київ, 28 січня 2024 р.

## 8 клас (др)

*«Я ніколи не дозволяв школі втручатися в мою освіту».*  
*Марк Твен*

**8–1.** Знайдіть кількість натуральних чисел, для яких добуток цифр та сума цифр однакові і дорівнюють 8.



**8–2.** Запишіть натуральні числа від 1 до 16 в клітинки квадрату  $4 \times 4$  так, щоб в кожную клітинку було записане рівно одне число, кожне число було записане рівно один раз та щоб справджувалася умова: числа, які розташовані в клітинках, що симетричні відносно якогось із серединних перпендикулярів до сторін початкового квадрату  $4 \times 4$ , дають в сумі просте число. На рисунку показані приклади таких пар клітин, суми чисел в яких мають бути простим числом.

**8–3.** Коло  $\gamma$ , що проходить через вершину  $A$  трикутника  $ABC$ , перетинає його сторони  $AB$  та  $AC$  вдруге в точках  $X$  та  $Y$  відповідно. Також коло  $\gamma$  перетинає сторону  $BC$  у точках  $D$  та  $E$  так, що  $AD = AE$ . Доведіть, що точки  $B, X, Y, C$  лежать на одному колі.

**8–4.** Знайдіть усі пари дійсних чисел  $x, y$ , що задовольняють рівності:

$$(x^2 + 1)(y^2 + 1) + 4(x - 1)(y - 1) = 0.$$

**8–5.** Натуральні числа  $a, b, c$  задовольняють рівності:  $10a^2 - 3ab + 7c^2 = 0$ . Яке найменше значення може приймати вираз  $(a, b) \cdot (b, c) \cdot (c, a)$ ?

Тут через  $(x, y)$  позначений найбільший спільний дільник натуральних чисел  $x$  та  $y$ .

Київ, 28 січня 2024 р.