

Відповіді до задач очного туру. 11 клас

1. За час l/v_1 дрон подолає дистанцію l з переможцем. За цей час срібний призер пробіжить відстань lv_2/v_1 , і через час $\frac{l(1-v_2/v_1)}{u+v_2}$ дрон зустрінеється з ним. Разом вони пройдуть відстань $\frac{l(1-v_2/v_1)}{u+v_2}u$, а отже, коли бігун на другому місці пройде фініш, дрон сумарно уже пройде шлях

$$l + 2l(1 - v_2/v_1)\frac{u}{u + v_2}. \quad (1)$$

І далі історія повторюється з володарем бронзової медалі, тому з точністю до заміни $v_1 \rightarrow v_2$, $v_2 \rightarrow v_3$, отримуємо шуканий шлях

$$L = l + 2l\frac{1 - v_2/v_1}{1 + v_2/u} + 2l\frac{1 - v_3/v_2}{1 + v_3/u}. \quad (2)$$

2. Розв'язок задачі можна знайти з геометричної побудови на Рис. 1

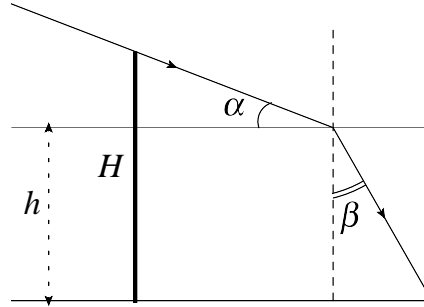


Рис. 1

$$\frac{H - h}{\tan \alpha} + h \tan \beta, \quad (3)$$

та закону заломлення світла (в наших позначеннях)

$$\frac{\cos \alpha}{\sin \beta} = n, \quad (4)$$

або остаточно

$$\frac{H - h}{\tan \alpha} + \frac{h \cos \alpha}{\sqrt{n^2 - \cos^2 \alpha}}. \quad (5)$$

3. Нехай прямолінійний провідник змістився на мале $\Delta x = x(t + \Delta t) - x(t)$ за час Δt . З точністю до лінійних за Δx доданками, приріст площі контура

$$\Delta S = (x + \Delta x)^2 \tan \alpha - x^2 \tan \alpha \approx 2x \Delta x \tan \alpha, \quad (6)$$

та враховуючи, що його периметр

$$L = 2(\tan \alpha + 1/\cos \alpha)x, \quad (7)$$

можна записати закон електромагнітної індукції

$$\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = B \frac{\Delta S}{\Delta t} = \mathcal{E} = rLI(t), \quad (8)$$

де rL — опір контура, а $I(t)$ — величина струму у ньому. Виражаючи $I(t)$

$$I(t) = \frac{B \sin \alpha}{r(1 + \sin \alpha)} \frac{\Delta x}{\Delta t}, \quad (9)$$

бачимо, що струм пропорційний до швидкості $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ руху провідника, а отже а) стале значення струму отримаємо при русі зі сталою швидкістю, а б) лінійне зростання в часі — при рівноприскореному русі провідника.

4. Після утворення молекул в систему виділилось $N_2|\varepsilon_0|$ енергії, яка пішла на збільшення середньої кінетичної енергії руху частинок. Із закону збереження енергії

$$\frac{3}{2}kT(N_1 + N_2) + N_2|\varepsilon_0| = \frac{3}{2}kT'(N_1 - N_2) + \frac{5}{2}kT'N_2, \quad (10)$$

де перший доданок справа — енергія теплового руху атомів сорту «1», які в атомарному стані, а другий — енергія теплового руху двоатомних молекул. Тепер, температуру T' після встановлення рівноваги знайти легко

$$T' = \frac{3T(N_1 + N_2) + 2N_2|\varepsilon_0|/k}{3N_1 + 2N_2}. \quad (11)$$

Тиск у системі до утворення молекул складається з суми парціальних тисків атомів кожного сорту

$$p = \frac{N_1 + N_2}{V}kT, \quad (12)$$

(тут V — об'єм посудини), а після проходження реакції і встановлення рівноваги

$$p' = \frac{N_1 - N_2}{V}kT' + \frac{N_2}{V}kT'. \quad (13)$$

Їх відношення

$$\frac{p'}{p} = \frac{N_1}{N_1 + N_2} \frac{T'}{T}, \quad (14)$$

в границі $|\varepsilon_0| \ll kT$ залежить лише від початкової кількості атомів

$$\frac{p'}{p} \rightarrow \frac{3N_1}{3N_1 + 2N_2}. \quad (15)$$

5. В граничному значенні кута ϕ горизонтальні складові всіх сил: сил реакцій поверхні \mathbf{N} , \mathbf{N}' та сил тертя \mathbf{F} , \mathbf{F}' позначених на рисунку 2 (зауважте, ми не зображали силу тяжіння, щоб не загроможувати малюнок) повинні бути рівними. Вводячи кут $\sin \alpha = l/R$ та скорочені позначення $\phi_{\pm} = \phi \pm \alpha$, отримуємо

$$F' \cos \phi_+ + F \cos \phi_- - N' \sin \phi_+ - N \sin \phi_- = 0. \quad (16)$$

Далі, враховуючи $F = \mu N$, $F' = \mu N'$ та рівняння для моментів сил (тут записано відносно осі, що проходить через центр плити)

$$lN'(\cos \alpha + \mu \sin \alpha) + lN(\mu \sin \alpha - \cos \alpha) = 0, \quad (17)$$

отримуємо після використання тригонометричних співвідношень

$$\tan \phi \leq \frac{\mu}{\cos^2 \alpha - \mu^2 \sin^2 \alpha} = \frac{\mu}{1 - (1 + \mu^2)l^2/R^2}. \quad (18)$$

Випадок, коли $\mathbf{a} \neq 0$ зводиться до тієї ж картини, але з повернутим на кут $\tan \phi_0 = a/g$ (за годинниковою стрілкою) ефективним прискоренням вільного падіння.

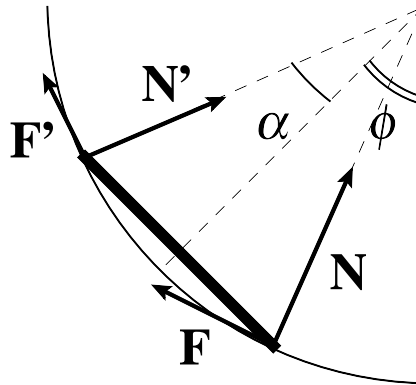


Рис. 2