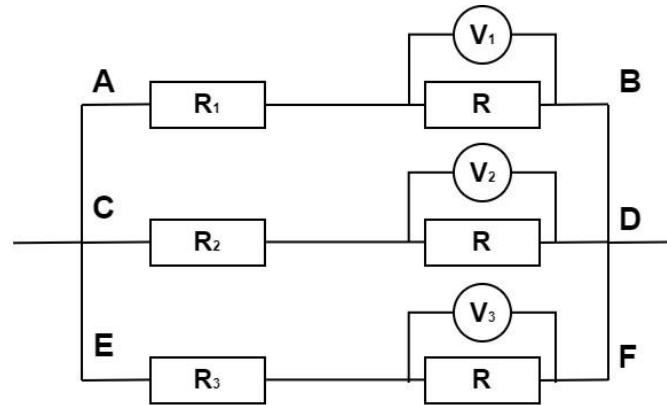


9 клас (2024 р.)

Задача 1. На схеми ділянки електричного кола (рисунок 1) відомо опори резисторів R_1 , R_2 та R_3 (9, 14 та 24 Ом відповідно). Знайдіть покази вольтметра V_3 , якщо покази вольтметрів V_1 та V_2 становлять 7.5 та 5 В, відповідно.

Розв'язок



Струм який буде протікати через опір R можна записати: $I_1 = \frac{U_1}{R}$, відповідно цей же струм буде протікати і через резистор R_1 за умови послідовного з'єднання резисторів. Знайдемо напругу U_{AB} , яка виникає на ділянці кола AB між резистором R_1 та резистором R :

$$U_{AB} = I_1(R_1 + R)$$

Підставимо значення струму, яке ми отримали на резисторі R і отримаємо:

$$U_{AB} = \frac{U_1}{R}(R_1 + R)$$

Розглянемо середню ділянку кола CD. Скориставшись вище описаними міркуваннями також можемо записати напругу, що буде прикладатися на цій ділянці кола:

$$U_{CD} = \frac{U_2}{R}(R_2 + R)$$

Оскільки ділянки кола AB, CD та EF формують паралельне з'єднання, то знайдені напруги U_{AB} та U_{CD} будуть рівними. Прирівняємо вирази:

$$\frac{U_1}{R}(R_1 + R) = \frac{U_2}{R}(R_2 + R)$$

Звідки можемо визначити опір R :

$$R = \frac{R_2 U_2 - R_1 U_1}{U_1 - U_2} = 1 \text{ Ом}$$

Скориставшись нашими міркування запишемо напругу на ділянці кола EF:

$$U_{EF} = \frac{U_3}{R}(R_3 + R)$$

Використаємо вираз для напруги U_{CD} та отримаємо вираз:

$$\frac{U_2}{R}(R_2 + R) = \frac{U_3}{R}(R_3 + R)$$

Звідки визначимо шукану напругу вольтметра V_3 :

$$U_3 = \frac{U_2(R_2 + R)}{R_3 + R} = 3 \text{ В}$$

Відповідь: Напруга на вольтметрі 3 В.

Задача 2. Одного разу ви зі своїм класом поїхали на екскурсію. Під час поїздки автобус рухався із запланованою середньою швидкістю $v_0 = 70$ км/год. Раптово почався дощ, то ж водієві довелося зменшити швидкість до $v_1 = 60$ км/год. Після того, як дощ припинився, водій автобуса почав рухатися із середньою швидкістю $v_2 = 75$ км/год, щоб подолати шлях, що залишився ($s = 40$ км), і приїхати точно в запланований час. Як довго йшов дощ?

Розв'язок

Позначимо t_1 – час подорожі зі швидкістю v_1 та t_2 – час подорожі зі швидкістю v_2 . Оскільки в умові задачі вказано, що водій автобуса прибув вчасно за рахунок досягнення середньої швидкості у $v_0 = 70$ км/год⁻¹ на всьому відрізку дороги. То нас буде цікавити лише та частина дороги де швидкість відрізнялися від запланованої, а саме підчас та після дощу. Для цієї ділянки можемо записати значення середньої швидкості:

$$v_c = \frac{v_1 t_1 + v_2 t_2}{t_1 + t_2}$$

І відповідно ця середня швидкість повинна дорівнювати v_0 , щоб водій прибув у запланований час. З умови задачі $v_2 t_2 = s$. Відповідно час $t_2 = \frac{s}{v_2}$. Підставимо у наше рівняння для середньої швидкості:

$$v_0 = \frac{v_1 t_1 + s}{t_1 + \frac{s}{v_2}}$$

Звідки виразимо час t_1 , що відповідає часу протягом якого йшов дощ:

$$t_1 = \frac{s(v_2 - v_0)}{v_2(v_0 - v_1)} = 16 \text{ хвилин}$$

Відповідь. Тривалість дощу 16 хвилин.

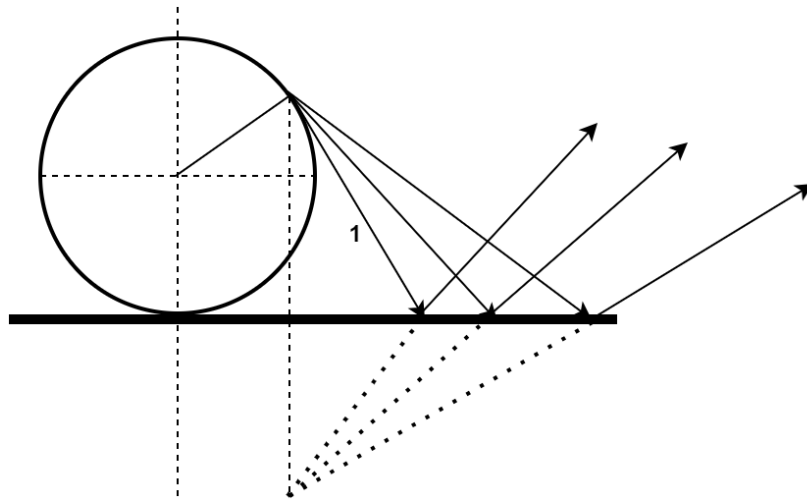
Задача 3. Глобус радіусом $r = 10$ см розміщено на круглому плоскому дзеркалі, яке дотикається до центру дзеркала своїм південним полюсом. Знайдіть мінімальний радіус дзеркала, щоб зображення північної широти $\Theta = 37^\circ$ було видно в дзеркалі. Значення $\sin 37^\circ = 0.6$ та $\cos 37^\circ = 0.8$.



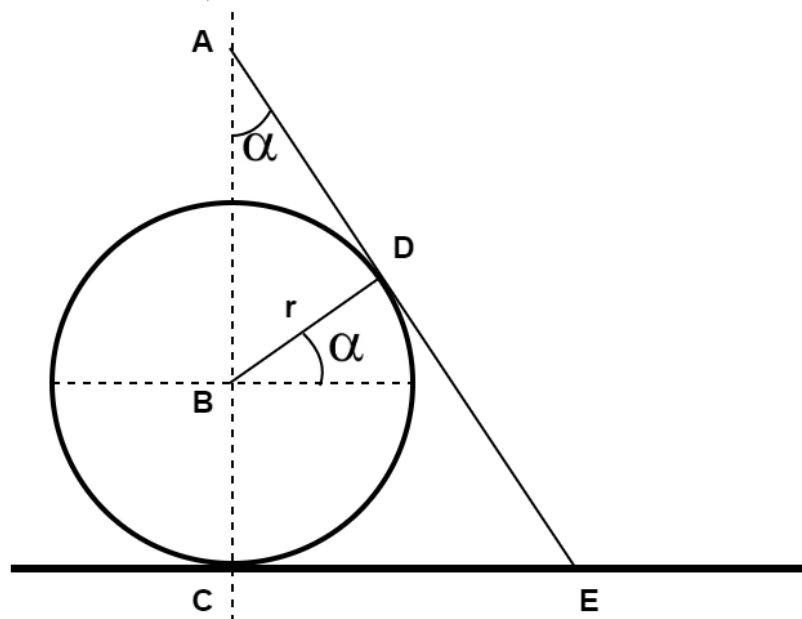
Рисунок 2. Глобус, що дотикається до дзеркала південним полюсом

Розв'язок

Знайдемо зображення широти $\alpha = 37^\circ$ після відбивання вихідних променів від дзеркала. З малюнка можна побачити, що найменший радіус дзеркала, за якого ще можна побачити зображення широти можна отримати від променя, що виходить по дотичній від точки заданої широти (промінь 1).



В задачі нам потрібно визначити відстань CE – що буде відповідати мінімальному радіусу дзеркала для спостереження північної широти $\alpha = 37^\circ$ (малюнок нижче) та утворюється дотичною в точці D .



З трикутника ABD знайдемо гіпотенузу AB :

$$AB = \frac{BD}{\sin \alpha} = \frac{r}{\sin \alpha}$$

Величина AC буде становити:

$$AC = AB + BC = r + \frac{r}{\sin \alpha} = r \left(1 + \frac{1}{\sin \alpha} \right) = \frac{r}{\sin \alpha} (\sin \alpha + 1)$$

Відповідно з трикутника ACE знайдемо шуканий радіус дзеркала CE :

$$CE = AC \tan \alpha = \frac{r}{\sin \alpha} (\sin \alpha + 1) \tan \alpha = \frac{r}{\cos \alpha} (\sin \alpha + 1) \approx 20 \text{ см}$$

Відповідь: Радіус дзеркала 20см

Задача 4. Циліндричну посудину наповнюють водою до висоти $h_0 = 1,0$ м, а потім обережно опускають у неї велику кількість маленьких залізних кульок, доки верхній шар кульок повністю не зануриться у воду, як показано на рисунку 3. Густина заліза $\rho_z = 7140 \text{ кг/м}^3$, а густина води $\rho_v = 1000 \text{ кг/м}^3$. Знайдіть висоту рівня води в посудині із залізними кульками, якщо середня густина вмісту $\rho = 4070 \text{ кг/м}^3$,

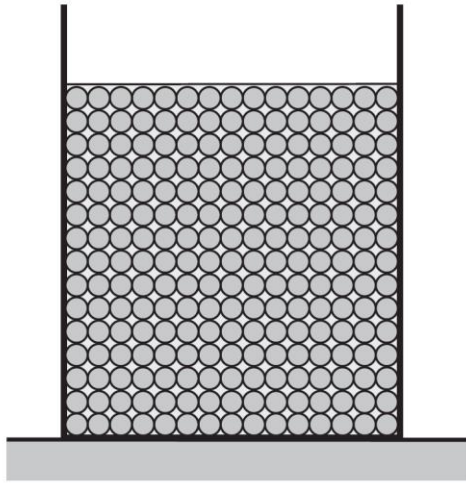


Рисунок 3. Циліндрична посудина з залізними кульками

Розв'язок

Запишемо вираз для маси води в посудині:

$$m_B = h_0 S \rho_B$$

де S – площа циліндричної посудини. Висоту шару кульок можна записати у вигляді: $h_3 = h - h_0$, де h – висота рівня води в посудині разом із залізними кульками. Тоді маса залізних кульок буде становити:

$$m_3 = h_3 S \rho_3 = (h - h_0) S \rho_3$$

Значення середньої густини для суміші води та кульок можна визначити із співвідношення сумарної маси та об'єму суміші:

$$\rho = \frac{m_B + m_3}{hS},$$

підставивши вирази для мас води та залізних кульок отримаємо:

$$\rho = \frac{h_0 S \rho_B + (h - h_0) S \rho_3}{hS}$$

Звідси виразимо шукану висоту рівня води із залізними кульками:

$$h = \frac{h_0 (\rho_3 - \rho_B)}{\rho_3 - \rho} = 2m$$

Відповідь: Висота рівня води в посудині із залізними кульками $h = 2m$

Задача 5. Два калориметри А та В містять однакову кількість води (300 г) за температури 48°C та 80°C , відповідно. З калориметра А було переміщено 100 г води в калориметр В і суміш помішували до настання теплової рівноваги. Після цього 100 г води з калориметра В було перелито в калориметр А та суміш знову помішували до настання теплової рівноваги. Скільки разів потрібно повторити цей цикл, щоб температура між калориметрами А та В відрізнялася на 2°C . Знехтувати роботою по змішуванню рідин та будь якими втратами теплоти в середовище. Під циклом розуміється переміщення води з калориметра А у В та зворотне переміщення з калориметра В у А, так що кількість води в калориметрах залишається однаковою.

Розв'язок

На **першому** циклі спочатку беремо 100 грам води за температури 48°C з калориметра А та додаємо до 300 грам води в калориметрі В за температури 80°C .

Знайдемо температуру суміші T_1 після помішування та встановлення теплової рівноваги з рівняння теплового балансу:

$$c\Delta m T_A + c m T_B = c(\Delta m + m) T_1,$$

де $\Delta m = 0.1 \text{ кг}$ (маса переміщеної води), $T_A = 48^\circ\text{C}$; $m = 0.3 \text{ кг}$ та $T_B = 80^\circ\text{C}$. Питома теплоємність води c .

Звідки отримаємо $T_3 = \frac{\Delta m T_1 + m T_2}{\Delta m + m}$, підставивши вихідні значення температура суміші в калориметрі В буде становити 72°C .

На другому кроці ми беремо 100 грам води із калориметра В за температури 72°C і додаємо до калориметра А, де після першого циклу залишилось 200 грам води за температури $T_A = 48^\circ\text{C}$. Знову запишемо рівняння теплового балансу та визначимо температуру суміші в калориметрі А:

$$c m_r T_A + c \Delta m T_1 = c(m_r + \Delta m) T_2$$

де $\Delta m = 0.1 \text{ кг}$, $T_A = 48^\circ\text{C}$; $m_r = 0.2 \text{ кг}$ (залишкова кількість води в калориметрі А) та $T_1 = 72^\circ\text{C}$. Питома теплоємність води c . Виразивши T_2 та підставивши вихідні значення отримаємо температуру суміші в калориметрі А – $T_2 = 56^\circ\text{C}$. Різниця температур між калориметрами $\Delta T = T_1 - T_2 = 16^\circ\text{C}$. Процес потрібно продовжувати далі.

Результати перемішування на кожному циклі подано у таблиці. У таблиці представлено: вихідну (початкову) кількість води та її температуру в калориметрах А та В. Кількість води в калориметрах А та В після змішування та встановлення рівноважної температури. Жирним шрифтом виділено температури калориметрів на кінець кожного циклу.

Відповідь: з проведених обчислень **на 4 циклі** температура калориметрів **буде відрізнятися на 2°C** .

Номер циклу	Переміщення води	До змішування		Після змішування	
		Калор. А, маса / темпер.	Калор. В, маса / темпер.	Калор. А, маса / темпер.	Калор. В, маса / темпер.
1	A → B	0.3 кг / 48°C	0.3 кг / 80°C	0.2 кг / 48°C	0.4 кг / 72°C
	B → A	0.2 кг / 48°C	0.4 кг / 72°C	0.3 кг / 56°C	0.3 кг / 72°C
2	A → B	0.3 кг / 56°C	0.3 кг / 72°C	0.2 кг / 56°C	0.4 кг / 68°C
	B → A	0.2 кг / 56°C	0.4 кг / 68°C	0.3 кг / 60°C	0.3 кг / 68°C
3	A → B	0.3 кг / 60°C	0.3 кг / 68°C	0.2 кг / 60°C	0.4 кг / 66°C
	B → A	0.2 кг / 60°C	0.4 кг / 66°C	0.3 кг / 62°C	0.3 кг / 66°C
4	A → B	0.3 кг / 56°C	0.3 кг / 66°C	0.2 кг / 56°C	0.4 кг / 65°C
	B → A	0.2 кг / 56°C	0.4 кг / 65°C	0.3 кг / 63°C	0.3 кг / 65°C