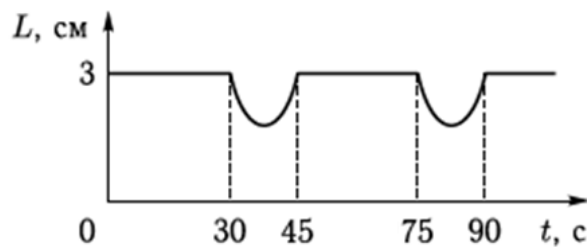


Жуки. Два жуки одночасно починають рівномірний рух по сторонах квадрату. Графік залежності відстані між ними (L) від часу (t) наведений на рисунку. Знайти швидкості жуків і довжину сторони квадрата.



РОЗВ'ЯЗОК

З графіку видно, що повторюється ситуація, коли протягом 30 с відстань між жуками становить 3 см і не змінюється, а це означає, що

- 1) вони рухаються по квадрату в одному напрямі;
- 2) їх швидкості v однакові по модулю, причому
- 3) протягом цих 30 с обидва жуки знаходяться на тій самій стороні квадрату (назвемо цю сторону першою).

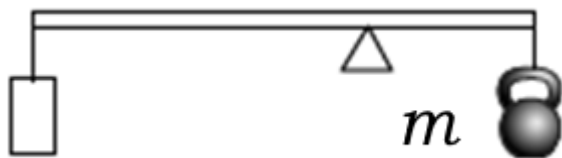
Наступні 15 с, (зважаючи на графік, відстань між жуками змінна – вони рухаються по різних сторонах квадрата) рух має такий вигляд: перший жук, досягши кута, рухається по суміжній (другій) стороні, а другий продовжує рух першою стороною до кута. Далі ситуація повторюється: перший і другий жуки, знаходячись на відстані 3 см один від одного на тій самій (другій) стороні квадрату, протягом 30 с біжать один за одним, поки перший жук не досягне другого кута (третьої сторони квадрату) і т.д.

Якщо вважати, що у початковий ($t=0$) момент для першого жука відстань до кута становить x см, тоді

- 1) за перші 30 с обидва жуки пробігають x см
- 2) за наступні 15 с обидва жуки пробігають $x/2$ см, а оскільки для другого жука це 3 см (відстань до кута), то $x = 6$ см.
- 3) тому сторона квадрата становить $3+6=9$ см
- 4) оскільки другий жук пробігає сторону за $30+15$ с, швидкість обох рівна 2 мм/с.

Відповідь: швидкість жуків рівна 2 мм/с, довжина сторони квадрата становить 9 см.

Важіль. Для зважування вантажу за допомогою гирі відомої маси m і стрижня як важеля, восьмикласник підвісив вантаж до одного кінця стрижня, а гирю до іншого, і добився рівноваги при співвідношенні плечей важеля два до одного:



Звідси він зробив висновок, що маса вантажу становить $m/2$. Поясніть, чому ця відповідь невірна. Знайдіть правильну масу вантажу, якщо рівновага можлива також, якщо гирю підвісити на місце опори, а опору зсунути на $1/6$ довжини стрижня ліворуч.

РОЗВ'ЯЗОК

Позначимо масу вантажу M , довжину стрижня L . Відповідь невірна, оскільки учень не врахував масу стрижня, і тому вважав, що умова рівноваги важеля відносно точки опори має вигляд:

$$Mg \frac{2L}{3} = mg \frac{L}{3}.$$

Оскільки в другому випадку рівноваги опора знаходитиметься посередині стрижня $\left(\frac{2L}{3} - \frac{L}{6} = \frac{L}{2}\right)$, умова рівноваги важеля не міститиме невідомої маси стрижня (плече ваги 0), і матиме вигляд :

$$Mg \frac{L}{2} = mg \frac{L}{6},$$

звідки $M = m/3$.

Тоді коректний запис першої умови рівноваги важеля:

$$\frac{m}{3} g \frac{2L}{3} + xg \frac{L}{6} = mg \frac{L}{3},$$

а отже маса стрижня $x = 2m/3$, тобто нею нехтувати не можна.

Відповідь: отримана учнем відповідь невірна, бо не було враховано масу стрижня. Маса вантажу рівна $m/3$.

Калориметр. Учень приніс у кабінет фізики бурульку і опустив її у калориметр, де знаходився $V_1=1,0$ л води при температурі $T_1=74,5^\circ\text{C}$. Коли бурулька розтала, у калориметрі виявилось $V_2=1,5$ літра води при температурі $T_2=20^\circ\text{C}$. Визначте початкову температуру бурульки з точністю до одного градуса. Питома теплоємність води $c_{\text{в}}=4200$ Дж/(кг $^\circ\text{C}$), питома теплоємність льоду $c_{\text{л}}=2100$ Дж/(кг $^\circ\text{C}$), а його питома теплота плавлення $\lambda=330\,000$ Дж/кг. Теплоємністю калориметра можна знехтувати.

РОЗВ'ЯЗОК

Приймемо, що початкова температура бурульки рівна x градусів Цельсія, а густину води позначимо $\rho_{\text{в}}$. Бачимо, що маса бурульки $(V_2 - V_1)\rho_{\text{в}}$.

Рівняння теплового балансу для описаної в задачі ситуації:

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 + Q_4,$$

де Q_1 – кількість теплоти, яку віддала вода при охолодженні від T_1 до T_2 : $Q_1 = V_1\rho_{\text{в}}c_{\text{в}}|T_1 - T_2|$;

Q_2 – кількість теплоти, яку поглинула бурулька (лід) при нагріванні від x до 0°C : $Q_2 = (V_2 - V_1)\rho_{\text{в}}c_{\text{л}}|x - 0|$;

Q_3 – кількість теплоти, яку поглинула бурулька (нагріта до 0°C) при таненні: $Q_3 = (V_2 - V_1)\rho_{\text{в}}\lambda$;

Q_4 – кількість теплоти, яку поглинула розтала бурулька (вода) при нагріванні від 0 до T_2 : $Q_4 = (V_2 - V_1)\rho_{\text{в}}c_{\text{в}}|0 - T_2|$

Підставивши і спростивши, матимемо:

$$V_1c_{\text{в}}|T_1 - T_2| = (V_2 - V_1)c_{\text{л}}|x| + (V_2 - V_1)\lambda + (V_2 - V_1)c_{\text{в}}T_2$$

звідки

$|x| = (V_1c_{\text{в}}|T_1 - T_2| - (V_2 - V_1)c_{\text{в}}T_2 - (V_2 - V_1)\lambda) / ((V_2 - V_1)c_{\text{л}}) = 20,85 \approx 21$, а отже, початкова температура бурульки становила -21°C .

Відповідь: початкова температура бурульки -21°C .

Брусок. Металевий брусок масою 800 г має форму прямокутного паралелепіпеда. Якщо класти брусок на горизонтальну поверхню по чергові три рази різними гранями, він буде чинити на неї тиск $P_1=1,6$ кПа, $P_2=5P_1$ і $P_3= P_2/2$, відповідно. Визначте густину матеріалу бруска. Прискорення вільного падіння вважайте рівним $g=10$ м/с².

РОЗВ'ЯЗОК

Тиск, який чинить брусок на горизонтальну поверхню:

$$P_i = F/S_i,$$

де $F=mg$ – сила тяжіння, що діє на брусок, S_i – площа поверхні його граней ($i = 1,2,3$).

Позначимо $S_1= ab$, $S_2= bc$, $S_3= ac$, де a , b , c – грані прямокутного паралелепіпеда.

Тоді:

$$P_1=mg/(ab), \quad (1)$$

$$P_2=mg/(bc)=5P_1=5mg/(ab) \quad (2)$$

$$P_3=mg/(ac)=P_2/2=5mg/(2ab) \quad (3)$$

З рівності (2) випливає, що $a=5c$, а з рівності (3) – $b=5c/2$, тому $2b=a$.

Отже, (1) можна переписати: $P_1=mg/(2b \cdot b)$, звідки, при підрахунку у системі SI: $b=\sqrt{\frac{0,8 \cdot 10}{2 \cdot 1600}}=0,05$ м.

Тоді $a=0,1$ м, $c=0,02$ м. Об'єм такого бруска: $V=abc=10 \cdot 10^{-5}$ м³.

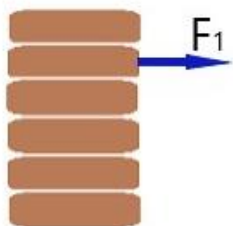
Тому його густина: $\rho=m/V=0,8/0,0001=8000$ кг/м³.

Відповідь: густина бруска 8000 кг/м³.

Книги. На столі лежать стосом шість однакових книг. Що легше зробити: витягнути другу згори книгу, притримуючи решту, чи зсунути три верхні книжки разом, також притримуючи решту?

РОЗВ'ЯЗОК.

Позначимо масу книги m , а коефіцієнт тертя книги об книгу – μ .

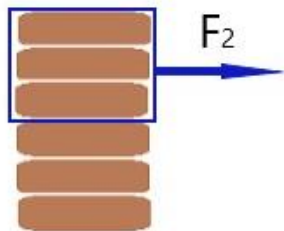


Щоб відповісти на питання задачі, потрібно з'ясувати, у якому випадку треба прикласти менше зусилля.

У першому випадку, коли витягуємо другу згори книгу, слід прикласти силу, рівну сумі сил тертя, що діють на верхню та нижню обкладинки цієї книги:

$$F_1 = mg\mu + 2mg\mu = 3mg\mu$$

Перший доданок відповідає верхній обкладинці, для якої сила реакції опори визначається одною верхньою книгою, а другий – нижній обкладинці, для якої сила реакції опори визначається двома книгами (верхньою та тією, яку ми витягуємо).



У другому випадку, коли зсуваємо три верхні книги разом, слід прикласти силу, рівну силі тертя, що діє на нижню обкладинку найнижчої (третьої згори) книги у стосі, тобто:

$$F_2 = 3mg\mu$$

Тут сила реакції опори, яка визначає силу тертя, визначається масою трьох зміщуваних книг.

Бачимо, що обидва випадки вимагають однакового зусилля.

Відповідь: у обох випадках зусилля однакове