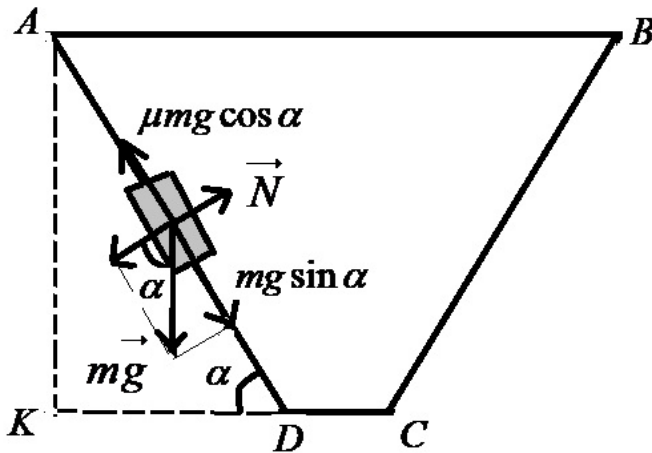


Розв'язки задач 10 клас.

1. У піщаному ґрунті викопали траншею, поперечний переріз якої має форму рівносторонньої трапеції з паралельними верхньою і нижньою основами. Коли пісок висох, краї траншеї обсипались і розміри її стали такими: верхня основа 9 м, нижня основа 1 м, глибина 3 м. Визначити коефіцієнт тертя в сухому ґрунті.



Розглянемо умовний тонкий елемент піщаного ґрунту на схилі траншеї. Умова рівноваги даного елемента запишеться:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F}_{\text{тер}} + \vec{N}$$

$$ma = 0 = mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha$$

$$mg \sin \alpha = \mu mg \cos \alpha$$

Звідки коефіцієнт тертя:

$$\mu = \frac{mg \sin \alpha}{mg \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha$$

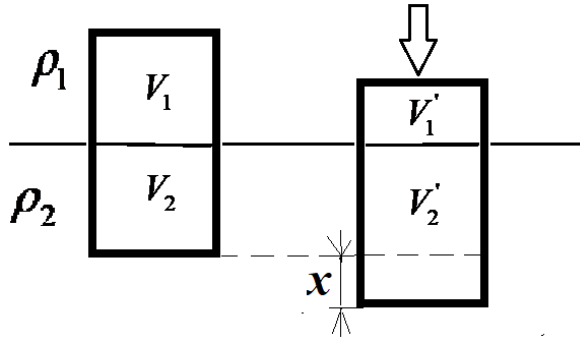
Для визначення $\operatorname{tg} \alpha$ розглянемо трапецію ABCD і прямокутний трикутник AKD.

AK – глибина траншеї, яка рівна 3 м.

$$KD = \frac{AB - DC}{2} = 4 \text{ м}$$

$$\mu = \operatorname{tg} \alpha = \frac{AK}{KD} = \frac{3}{4} = 0,75$$

2. На межі двох рідин густинами ρ_1 і ρ_2 ($\rho_1 < \rho_2$) відповідно і які не змішуються між собою, плаває у вертикальному положенні однорідний прямокутний паралелепіпед. Знайти період малих коливань, що виникнуть під час відхилення паралелепіпеда від положення рівноваги, якщо його площа S , а маса m .



Умова рівноваги бруска:

$$mg = F_A = g(\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2), \quad \text{де}$$

$$F_A = g(\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2)$$

Якщо брусок змістити на x ,

відбудеться зміна об'ємів занурених у різні рідини:

$$V'_2 = V_2 + Sx$$

$$V'_1 = V_1 - Sx$$

Відповідно зміниться величина сили Архімеда:

$$F'_A = g(\rho_1(V_1 - Sx) + \rho_2(V_2 + Sx))$$

Запишемо рівняння II закону Ньютона.

$$ma = mg - F'_A$$

$$ma = mg - F'_A = mg - g(\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2) - gSx(\rho_2 - \rho_1)$$

$$ma = mg - mg - gSx(\rho_2 - \rho_1)$$

$$ma = -gSx(\rho_2 - \rho_1)$$

Рівняння коливань гармонічного маятника має вигляд:

$$ma = -kx$$

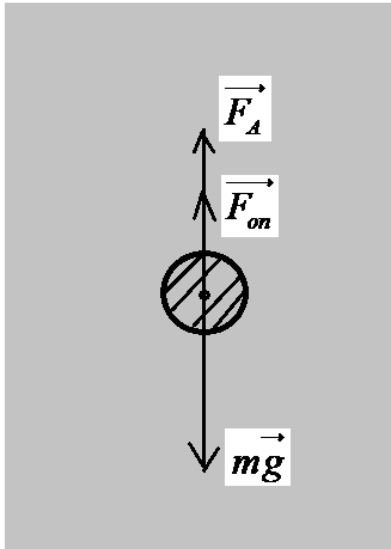
Відповідно:

$$k = gS(\rho_2 - \rho_1)$$

Запишемо рівняння періоду гармонічних коливань:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{gS(\rho_2 - \rho_1)}}$$

3. Маленька залізна куля об'ємом $V = 0,2 \text{ см}^3$ рівномірно падає у воді. Яка кількість теплоти виділяється при переміщенні кульки вниз на $h = 10 \text{ м}$? Густина заліза 8400 кг/м^3 , густина води 1000 кг/м^3 , $g = 10 \text{ м/с}^2$.



Рівняння руху кульки: $ma = mg - F_A - F_{on}$

Так як рух рівномірний: $a = 0 \Rightarrow mg = F_A + F_{on}$

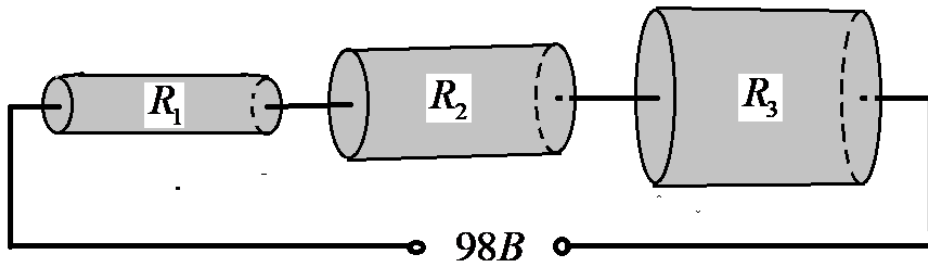
$$\rho_k Vg = \rho_v Vg + F_{on}$$

$$F_{on} = (\rho_k - \rho_v) gV$$

Теплота виділяється внаслідок виконання роботи силою опору середовища при русі кульки на глибину h :

$$Q = F_{on} h = (\rho_k - \rho_v) gVh = 0,148 \text{ Дж}$$

4. Три провідники однакової довжини, виготовлені з одного і того ж матеріалу, з'єднані послідовно. Їхні діаметри 0,1; 0,2; 0,3 см. До системи прикладено напругу 98 В. Визначити спад напруги на першому провіднику.



Силу струму знайдемо застосувавши закон Ома для ділянки кола:

$$I = \frac{U}{R}$$

Загальний опір ділянки:

$$R = R_1 + R_2 + R_3 = \rho \frac{4l}{\pi} \cdot \left(\frac{1}{d_1^2} + \frac{1}{d_2^2} + \frac{1}{d_3^2} \right)$$

$$I = \frac{U}{\rho \frac{4l}{\pi} \cdot \left(\frac{1}{d_1^2} + \frac{1}{d_2^2} + \frac{1}{d_3^2} \right)}$$

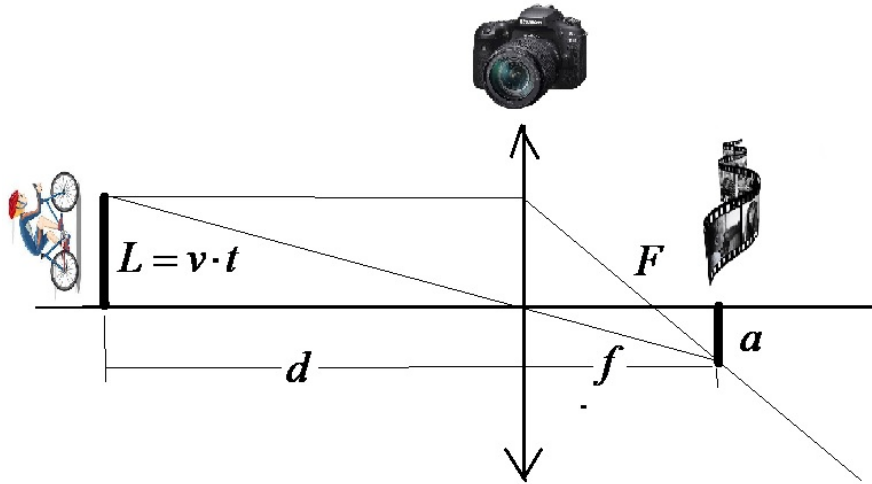
Спад напруги на першому опорі: $U_1 = IR_1$, де

$$R_1 = \rho \frac{l}{S} = \rho \frac{l}{\pi \frac{d^2}{4}}$$

Отже:

$$U_1 = IR_1 = \frac{U \rho \frac{4l}{\pi} \cdot \frac{1}{d_1^2}}{\rho \frac{4l}{\pi} \cdot \left(\frac{1}{d_1^2} + \frac{1}{d_2^2} + \frac{1}{d_3^2} \right)} = \frac{U d_2^2 d_3^2}{d_2^2 d_3^2 + d_1^2 d_3^2 + d_1^2 d_2^2} = 72B$$

5. З відстані 6 м фотографують велосипедиста, що рухається перпендикулярно до оптичної осі об'єктива зі швидкістю 6 м/с. Фокусна відстань фотоапарата 10 см. Визначити час, протягом якого може виконуватися зйомка, щоб на плівці розмір зображення не перевищував 0,2 мм.



Збільшення лінзи (об'єктива):

$$\Gamma = \frac{L}{a} = \frac{d}{f}, \quad \text{де } L = v \cdot t$$

З формули лінзи:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f} + \frac{1}{d} \Rightarrow f = \frac{Fd}{d - F}$$

Відповідно:

$$\frac{vt}{a} = \frac{d - F}{F} \Rightarrow t = \frac{a(d - F)}{v \cdot F} \approx 0,002 \text{ с}$$