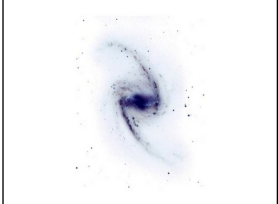


<p>Обласна олімпіада</p> <p>з астрономії</p> <p>м. Львів, 10 лютого 2024 р.</p>		<p>11 клас</p>
--	---	-----------------------

1. Чорна діра в зорі. У часи кризи сонячних нейтрино¹ астрофізики розглядали ідею альтернативного джерела енергії зір — акреції речовини на первинні чорні діри (ПЧД) в їхньому центрі. Теоретичні моделі показали, що маса такої чорної діри при неперервній акреції речовини на неї зростатиме за таким законом:

$$M_{\text{BH}}(t) = \frac{1}{M_{\text{PBH}}^{-1} - (\pi \rho G^2 / c_s^3) t},$$

де $M_{\text{BH}}(t)$ — маса чорної діри через час t акреції на неї, а M_{PBH} — маса первинної чорної діри (початкова маса M_{BH}), ρ — густина, а c_s — швидкість звуку.

1) Оцініть масу первинної чорної діри, яка б забезпечила граничну світність (Едінгтона), що для зорі сонячної маси становить 1.26×10^{31} Вт. Якщо не враховувати інших механізмів перетворення гравітаційної енергії у теплову та приймати лише механізм променистого перенесення енергії назовні, то вся ця світність має забезпечуватись акрецією на внутрішню чорну діру. Світність акреційного матеріалу, який падає у чорну діру, визначається наступною формулою:

$$L = \frac{\epsilon}{1 - \epsilon} \dot{M}_{\text{BH}} c^2$$

Тут ϵ — ефективність перетворення гравітаційної енергії матеріалу, що падає на чорну діру, у випромінювання (прийняти цю величину рівною 0.08), c — швидкість світла, а \dot{M}_{BH} — швидкість акреції речовини на чорну діру (похідна за часом від маси чорної діри), $\rho = 150000 \text{ кг/м}^3$, а $c_s = 5.5 \times 10^5 \text{ м/с}$.

2) Який час життя зорі з таким джерелом енергії?

3) Яким є ваш висновок щодо такого джерела енергії зір?

Розв'язання

1) Похідна за часом від маси чорної діри: $\dot{M}_{\text{BH}} = \pi \rho G^2 c_s^{-3} \times (M_{\text{PBH}}^{-1} - \pi \rho G^2 c_s^{-3} t)^{-2}$.

У початковий момент часу ($t=0$), отримуємо $\dot{M}_{\text{BH}} = \pi \rho G^2 c_s^{-3} M_{\text{PBH}}^2$.

¹Спостережуваний потік сонячних нейтрино виявився у 2-3 рази менший від очікуваного в теорії, в основі якої джерелом енергії Сонця є термоядерний синтез. У 1998 році ця проблема була розв'язана експериментальним відкриттям явища осциляції нейтрино (Нобелівська премія з фізики за 2015 рік).

Приймаючи $\epsilon = 0.08$ та використовуючи отриману вище формулу для швидкості акреції у початковий момент часу, отримуємо вираз для світності акреційного матеріалу:

$$L = 0.087\pi r G^2 c_s^{-3} M_{PBH}^2 c^2,$$

Звідки:

$$\begin{aligned} M_{PBH} &= L^{0.5} G^{-1} c^{-1} / [0.087\pi r c_s^{-3}]^{0.5} = \\ (1.26 \times 10^{31})^{1.2} / (6.6743015 \times 10^{11} / (3 \times 10^8 / (0.087 \times 3.14 \times 150000 \div (5.5 \times 10^5)^3))^{1/2} \\ &= 3.57 \times 10^{23} \text{ кг} = 1.79 \times 10^{-7} M_{\odot}. \end{aligned}$$

2) У процесі акреції маса зорі M_{\odot} повністю переходить в масу чорної діри M_{PBH} за час

$$\tau = c_s^3 / (M_{PBH} \pi r G^2) - c_s^3 / (M_{\odot} \pi r G^2),$$

який, у випадку використання наведених в умові даних щодо зорі, рівний

$$\tau \approx 2.2 \times 10^8 \text{ секунд} = 7 \text{ років.}$$

3) Це нереалістично мале число у порівнянні з віком Сонця, тому ПЧД у центрі не може забезпечити граничну світність зорі на шкалі часу перебування зір на головній послідовності Г-Р.