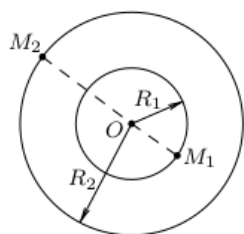


2. Обертання двох зір. Компоненти подвійної зорі обертаються по колових орбітах з радіусами R_1 та R_2 . Період обертання зір навколо спільного центру мас дорівнює T . Знайти масу кожної зорі. **(20 балів)**

Розв'язання:



Точка O — центр мас. Тоді відстань між зорями постійна і дорівнює $l = R_1 + R_2$. **(2 бали)**

За другим законом Ньютона отримаємо відповідно рівняння для двох зір у вигляді:

$$\frac{G M_1 M_2}{(R_1 + R_2)^2} = \frac{M_1 v_1^2}{R_1} \quad (1) \quad (3 \text{ бали})$$

$$\frac{G M_1 M_2}{(R_1 + R_2)^2} = \frac{M_2 v_2^2}{R_2} \quad (2) \quad (3 \text{ бали})$$

де $v_1 = \frac{2\pi R_1}{T}$ **(1 бал)**, $v_2 = \frac{2\pi R_2}{T}$ **(1 бал)**. Тоді (1), (2) перепишемо у вигляді:

$$4 R_1 \pi^2 = \frac{G M_2 T^2}{(R_1 + R_2)^2}, \quad 4 R_2 \pi^2 = \frac{G M_1 T^2}{(R_1 + R_2)^2} \quad (3) \quad (2 \text{ бали})$$

З рівнянь (3) отримаємо

$$M_1 R_1 = M_2 R_2, \text{ тоді } M_2 = M_1 R_1 / R_2. \quad (4) \quad (2 \text{ бали})$$

З рівності (3) запишемо суму мас двох зір

$$M_1 + M_2 = \frac{4\pi^2 (R_1 + R_2)^3}{G T^2} \quad (5) \quad (2 \text{ бали})$$

Підставивши (4) у (5), отримаємо

$$M_1 = \frac{4\pi^2 (R_1 + R_2)^2 R_2}{G T^2}, \quad M_2 = \frac{4\pi^2 (R_1 + R_2)^2 R_1}{G T^2}. \quad (4 \text{ бали})$$