



2. Білий карлик. Один з методів визначення радіусів білих карликів ґрунтується на явищі так званого гравітаційного червоного зміщення. В результаті спостережень деякого карлика, що має масу $M = 2 \cdot 10^{33}$ г, виявилось, що лінії поглинання мають більшу довжину хвилі, ніж у лабораторії (λ_0), а саме $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = 2.66 \cdot 10^{-4}$. Визначити радіус білого карлика, використовуючи закон збереження енергії фотона для опису його руху у гравітаційному полі карлика. Вважайте, що потенціальна енергія взаємодії фотона з карликом визначається як і для масивної частинки, а його масу можна визначити з відомого співвідношення $E = mc^2$. **(15 балів)**

Розв'язання:

Фотон, що випромінюється з поверхні карлика з енергією $h\nu_0$, спостерігач реєструє як з енергією $h\nu$. За законом збереження енергії

$$h\nu_0 - \frac{GMm_\phi}{R} = h\nu, \quad (1) \quad (4 \text{ бали})$$

де m_ϕ - ефективна маса, яку ми приписуємо фотону. Енергія спокою “масивного” фотона прирівнюємо до “справжньої” енергії фотона:

$$m_\phi c^2 = h\nu_0. \quad (3 \text{ бали})$$

(при записі енергії фотона учасник також може взяти $h\nu$).

Далі

$$\nu_0 - \nu = c \left(\frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda} \right) \approx c \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0^2}. \quad (3 \text{ бали})$$

Згідно з рівнянням (1)

$$c \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0^2} = \frac{GM}{Rc^2} \frac{c}{\lambda_0}, \text{ або } \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{GM}{Rc^2}.$$

Звідси :

$$R = \frac{GM}{c^2} \frac{\lambda_0}{\Delta\lambda}. \quad (3 \text{ бали})$$

Підставивши числові значення, отримуємо

$$R = 0.56 \cdot 10^9 \text{ см} = 5.6 \cdot 10^3 \text{ км} \quad (2 \text{ бали})$$