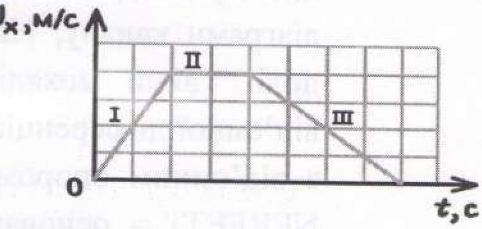
Можливі розв'язки завдань теоретичної частини III етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з фізики м. Львів, 2024/2025 н. р.

10 КЛАС

Задача 1

До невагомої й нерозтяжної нитки прикріплено вантаж масою 5 кг, який опускають вертикально вниз на цій нитці. Шлях, що пройшов вантаж, становить 20 м. Використовуючи графік залежності проекції швидкості вантажу від часу, знайти силу натягу нитки на інтервалах I, II і III. Як рухається вантаж на III інтервалі?



Розв'язання

Спершу встановимо масштаб одиниць, використавши заданий в умові пройдений тілом шлях. Відомо, що він чисельно рівний площі під графіком швидкості від часу. Як видно, маємо трапецію, площа якої обчислюється як добуток середньої лінії на висоту.

$$s = \frac{2+8}{2} * 4 = 20 \text{ (м)} \tag{1}$$

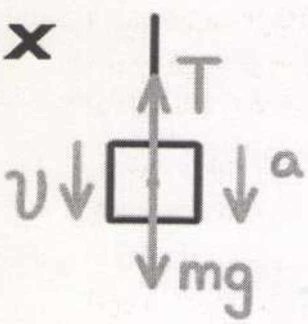
Отож одній клітинці відповідає 1 с по часовій осі й 1 м/с по осі швидкості.

Тепер знайдемо прискорення вантажу на кожній ділянці.

$$a_1 = \frac{\Delta v_1}{\Delta t_1} \Rightarrow a_1 = \frac{4-0}{2-0} = 2 \text{ (м/с}^2\text{)} \text{ – рух рівноприскорений.}$$

$$a_2 = \frac{\Delta v_2}{\Delta t_2} \Rightarrow a_2 = \frac{4-4}{4-2} = 0 \text{ (м/с}^2\text{)} \text{ – рух рівномірний.} \tag{2}$$

$$a_3 = \frac{\Delta v_3}{\Delta t_3} \Rightarrow a_3 = \frac{0-4}{8-4} = -1 \text{ (м/с}^2\text{)} \text{ – рух рівносповільнений.}$$



Далі розглянемо й покажемо сили, що діють на вантаж. Це сила тяжіння й сила натягу нитки. Виберемо вісь x за напрямом сили тяжіння. Для першого інтервалу додатково зобразимо напрями швидкості й прискорення тіла. Тоді його рівняння руху на першій ділянці

$$\overrightarrow{T_1} + m\vec{g} = m\overrightarrow{a_1} \tag{3}$$

В скалярній формі вираз (3) запишемо як

$$mg - T_1 = ma_1 \tag{4}$$

З попереднього рівняння визначаємо силу натягу нитки

$$T_1 = m(g - a_1) = 39 \text{ (Н)} \tag{5}$$

Аналогічно міркуємо щодо інтервалів II і III. Оскільки на другій ділянці рух тіла рівномірний, то з врахуванням рівнянь (2)-(5)

$$T_2 = mg = 49 \text{ (Н)} \tag{6}$$

На третьому інтервалі прискорення вантажу буде напрямлене протилежно до його швидкості. З врахуванням цього скалярний вираз другого закону Ньютона в даному випадку матиме вигляд

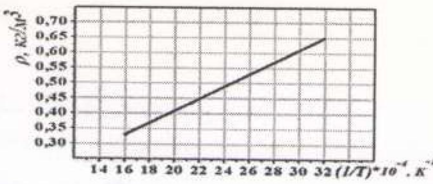
$$mg - T_3 = -ma_3 \tag{7}$$

Отже, $T_3 = m(g + a_3) = 54$ (Н).

Відповідь. $T_1 = 39$ Н, $T_2 = 49$ Н, $T_3 = 54$ Н. Рівносповільнено.

Задача 2

Ідеальний газ C_xH_y (сполука вуглецю з воднем), густина якого залежить від оберненої температури прямо пропорційно, перебуває під тиском 1 атм. Знайти молекулярну формулу цього газу. Універсальну газову сталу прийняти за 8 Дж/моль*К. Молярна маса вуглецю становить 12 г/моль, а водню – 1 г/моль.



Розв'язання

З рівняння стану ідеального газу визначимо густину сполуки

$$pV = \frac{m}{\mu}RT => \tag{1}$$

$$\rho = \frac{p\mu}{RT} \tag{2}$$

За умовою задачі густина газу залежить прямо пропорційно від оберненої температури, тобто

$$\rho = k\frac{1}{T} \tag{3}$$

Порівнюючи вирази (2) і (3), бачимо, що

$$k = \frac{p\mu}{R} = const => \tag{4}$$

$$\mu = \frac{kR}{p} \tag{5}$$

k (кутовий коефіцієнт прямої) є постійним в даних умовах. Таке можливе лише тоді, коли молярна маса газу також постійна. Визначимо k з графіка

$$\begin{cases} y_1 = kx_1 + b \\ y_2 = kx_2 + b \end{cases} => \tag{6}$$

$$y_2 - y_1 = k(x_2 - x_1) \tag{7}$$

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = 200\ \left(\frac{\text{кг*К}}{\text{м}^3}\right) \tag{8}$$

Тепер обчислимо молярну масу, використовуючи (5)

$$\mu = \frac{200*8}{10^5} = 0{,}016\left(\frac{\text{кг}}{\text{моль}}\right) = 16\,\frac{\text{г}}{\text{моль}} \tag{9}$$

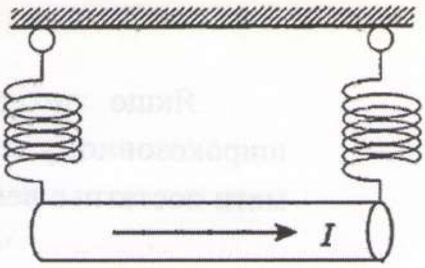
З іншого боку молярна маса сполуки $CxHy$ визначається як:

$$\mu = 12x + y \tag{10}$$

Бачимо, що єдино можливі значення x і y: $x = 1$, $y = 4 \Rightarrow CH_4$ (метан).

Відповідь. CH_4 (метан).

Задача 3

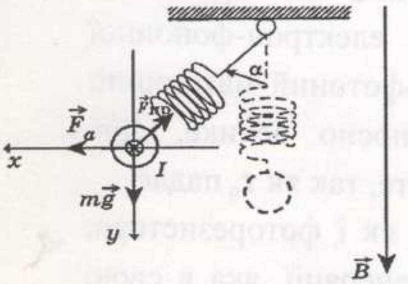


По провіднику площею поперечного перерізу 6,25 см^2 і густиною 16 г/см^3, який розташовано горизонтально й підвішено на двох однакових невагомих немагнітних пружинах, тече постійний струм величиною 12,5 А. На скільки відхиляться осі пружинок від вертикалі після ввімкнення зовнішнього постійного магнітного поля індукцією 8 Тл, спрямованого вертикально вниз до напряму струму і яке охоплює всю довжину провідника? Вважати, що $g \approx 10$ м/с^2.

Розв'язання

До появи магнітного поля на провідник діють сили тяжіння mg та пружності системи пружинок $F_{пр}$. Після ввімкнення магнітного поля, під дією сили Ампера F_A провідник зі струмом відхилиться від свого початкового положення і це приведе до відхилення осі пружинок від вертикалі.

Умовою рівноваги провідника буде векторна рівність нулю всіх сил, що діють на нього, тобто



$$\overrightarrow{F_{пр}} + \overrightarrow{F_A} + m\vec{g} = 0 \tag{1}$$

Тепер спроектуємо цей вираз I-го закону Ньютона на координатні осі.

$$OX:\ -F_{пр}sin\alpha + F_A = 0 \tag{2}$$
$$OY:\ -F_{пр}cos\alpha + mg = 0$$

Маємо систему з двох рівнянь, яку слід розв'язати відносно кута відхилення. Перенесемо компоненти сили пружності вправо і поділимо перше рівняння на друге. Матимемо, що

$$\frac{F_A}{gm} = tg\alpha \tag{3}$$

Запишемо модуль сили Ампера як

$$F_A = BIlsin\varphi \tag{4}$$

де B – магнітна індукція, I – сила струму, що тече по провіднику, l – довжина провідника, φ – кут між напрямом сили струму та магнітною індукцією.

Масу провідника можна представити як добуток його густини на об'єм, що рівний добутку площі поперечного перерізу провідника на його довжину, тобто

$$m = \rho V = \rho Sl \tag{5}$$

Підставивши вирази (4) і (5) в (3), отримаємо кінцеву формулу для розв'язку задачі

$$tg\alpha = \frac{BI}{g\rho S} = 1 \tag{6}$$

Отже, коли $tg\alpha = 1$, то $\alpha = 45°$.

Відповідь. $\alpha = 45°$.

Задача 4

У посудину налито дві рідини, що не змішуються між собою, з густинами ρ_1 і ρ_2 відповідно ($\rho_1 < \rho_2$). Перша рідина є заввишки h_1 від поверхні важчої, а друга – h_2 від дна посудини. На поверхню першої рідини поклали однорідний прямокутний паралелепіпед з густиною ρ і висотою h, причому $h<h_1$ і $h<h_2$, а $\rho\neq\rho_1$ і $\rho\neq\rho_2$. Знайти залежність глибини занурення H нижньої площини паралелепіпеда від його густини ρ. Паралелепіпед завжди зберігає горизонтальне положення. Поверхневим натягом знехтувати.

Розв'язання

Оскільки з умови задачі неочевидно як співвідносяться значення густини паралелепіпеда й рідин, тому слід розглянути наступні можливі випадки: $\rho<\rho_1$; $\rho_1<\rho<\rho_2$; $\rho>\rho_2$.

За умови $0<\rho<\rho_1$ паралелепіпед плаватиме на поверхні першої рідини (див. рис.1). Умова його плавання

$$\rho_1 gHS = \rho ghS \qquad (1)$$

де S – площа горизонтального перерізу паралелепіпеда.

Звідси визначаємо глибину занурення H

$$H = \frac{\rho}{\rho_1}h \qquad (2)$$

При значенні ρ трохи більшому, ніж ρ_1, паралелепіпед потоне у верхній рідині, а глибина його занурення H стрибкоподібно зросте до h_1.

Тепер розглянемо другу умову. В цьому разі паралелепіпед занурюється у другу рідину (див. рис.2), а глибина його занурення (відносно поверхні легшої рідини) становить $H = h_1 + \Delta h$, де Δh – глибина занурення тіла в другу рідину, і яку можна знайти з наступної умови плавання:

$$\rho_1 g(h-\Delta h)S+\rho_2 g\Delta hS = \rho ghS \qquad (3)$$

Звідси $\Delta h = \frac{\rho-\rho_1}{\rho_2-\rho_1}h$. Отже,

$$H = h_1 + \frac{\rho-\rho_1}{\rho_2-\rho_1}h \qquad (4)$$

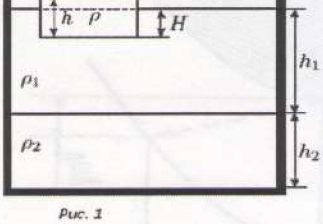


Рис. 1

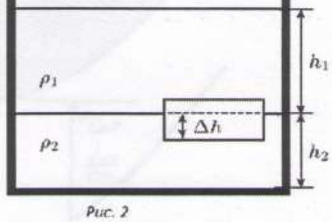


Рис. 2

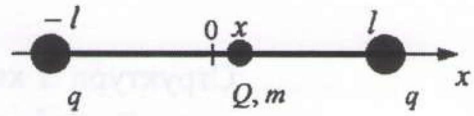
Наостанок, коли $\rho>\rho_2$, паралелепіпед потоне й в нижній рідині, а глибина його занурення H стрибком збільшується до h_1+h_2 – тобто тіло лежатиме на дні. Подальше зростання густини паралелепіпеда не буде впливати на значення глибини його занурення, яке залишатиметься постійним.

Відповідь. $H = \frac{\rho}{\rho_1}h$ (коли $\rho<\rho_1$), $H = h_1 + \frac{\rho-\rho_1}{\rho_2-\rho_1}h$ (коли $\rho_1<\rho<\rho_2$), $H = h_1+h_2$ (коли $\rho>\rho_2$).

Задача 5

Два однакові однойменні точкові заряди величиною q кожен, жорстко закріплені на кінцях гладкого відрізка довжиною $2l$. Між ними знаходиться пилинка масою m і зарядом Q, яка здійснює біля положення рівноваги малі коливання. Чому буде рівна частота коливань пилинки, якщо її заряд збільшити в 4 рази?

Розв'язання



За умовою задачі біля положення рівноваги пилинка зазнає невеликих відхилень, які позначимо x. В цьому разі на пилинку діятиме сила, що повертатиме її в положення рівноваги і визначатиметься одночасною дією двох точкових зарядів на неї як

$$F_{\text{пов}} = \frac{kqQ}{(l+x)^2} - \frac{kqQ}{(l-x)^2} = kqQ\,\frac{(l-x)^2-(l+x)^2}{(l^2-x^2)^2} = -kqQ\,\frac{4lx}{(l^2-x^2)^2} \quad (1)$$

Врахувавши, що зміщення пилинки відносно положення рівноваги малі, тобто $|x| \ll l$, попередній вираз можна записати наступним чином

$$F_{\text{пов}} \approx -\frac{4kqQ}{l^3}x \quad (2)$$

Отже, сила, що повертає пилинку в положення рівноваги, пропорційна до її зміщення. Ця ж сила надаватиме її прискорення a відповідно до другого закону Ньютона

$$F_{\text{пов}} = ma \quad (3)$$

Об'єднавши (2) і (3), отримаємо

$$ma = -\frac{4kqQ}{l^3}x \quad (4)$$

Відомо, що якщо прискорення тіла пропорційне до зміщення, тоді тіло здійснює гармонічні коливання, в нашому випадку з циклічною частотою $\omega_0 = \sqrt{\frac{4kqQ}{ml^3}}$. Тепер легко бачити, що збільшення заряду пилинки в 4 рази приведе до зростання циклічної частоти, а, отже, й частоти, про яку запитує умова задачі, в 2 рази, тобто $\omega = 2\omega_0$ або $\nu = 2\nu_0 = \frac{2}{\pi}\sqrt{\frac{kqQ}{ml^3}}$.

Відповідь. $\nu = \frac{2}{\pi}\sqrt{\frac{kqQ}{ml^3}}$.